Dispositivi e Tecnologie Elettroniche

Trasporto nei semiconduttori

Trasporto di carica

- *I portatori liberi nel materiale vengono accelerati dalla presenza di un **campo elettrico** $\mathcal{E}$*
- *La presenza di cariche in moto corrisponde ad una **corrente elettrica***
- *La **velocità (media) di trascinamento** v dei portatori è proporzionale ad $\mathcal{E}$ tramite la relativa **mobilità** μ [cm^2 V^{-1} s^{-1}]*

$$v_n = -\mu_n \mathcal{E}, \quad v_p = \mu_p \mathcal{E} \quad (\mu_n, \mu_p > 0)$$

poiché le cariche negative si muovono in direzione opposta ad $\mathcal{E}$, quelle positive nella stessa direzione

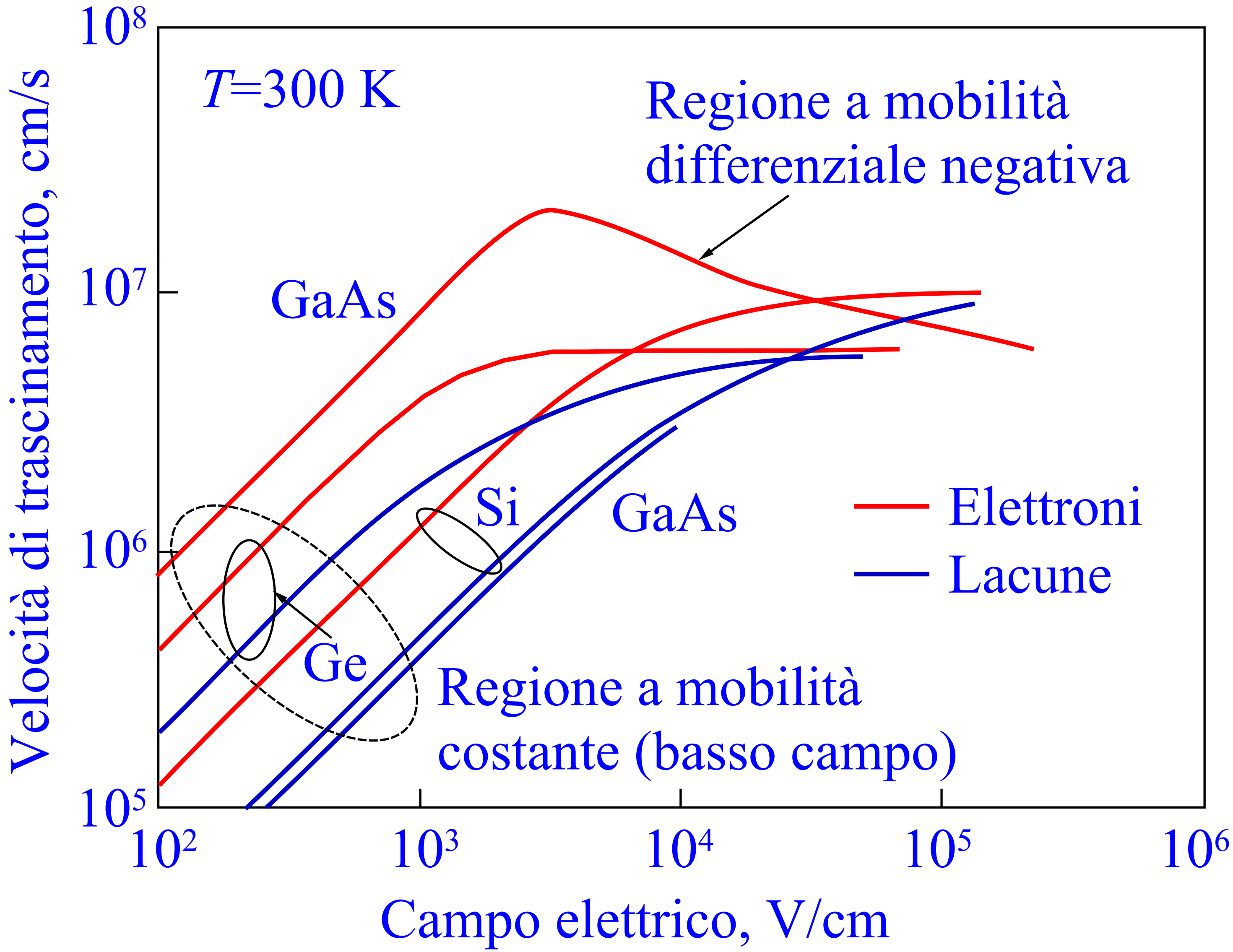
Trasporto di carica

- ***Durante il loro moto, le cariche libere urtano contro tutte le perturbazioni della periodicità spaziale dell'energia potenziale nella struttura cristallina***
  - vibrazioni reticolari dovute all'energia termica dei singoli atomi (fononi)
  - atomi di impurezze presenti nel reticolo (ovvero, elementi diversi dal semiconduttore)
  - imperfezioni reticolari

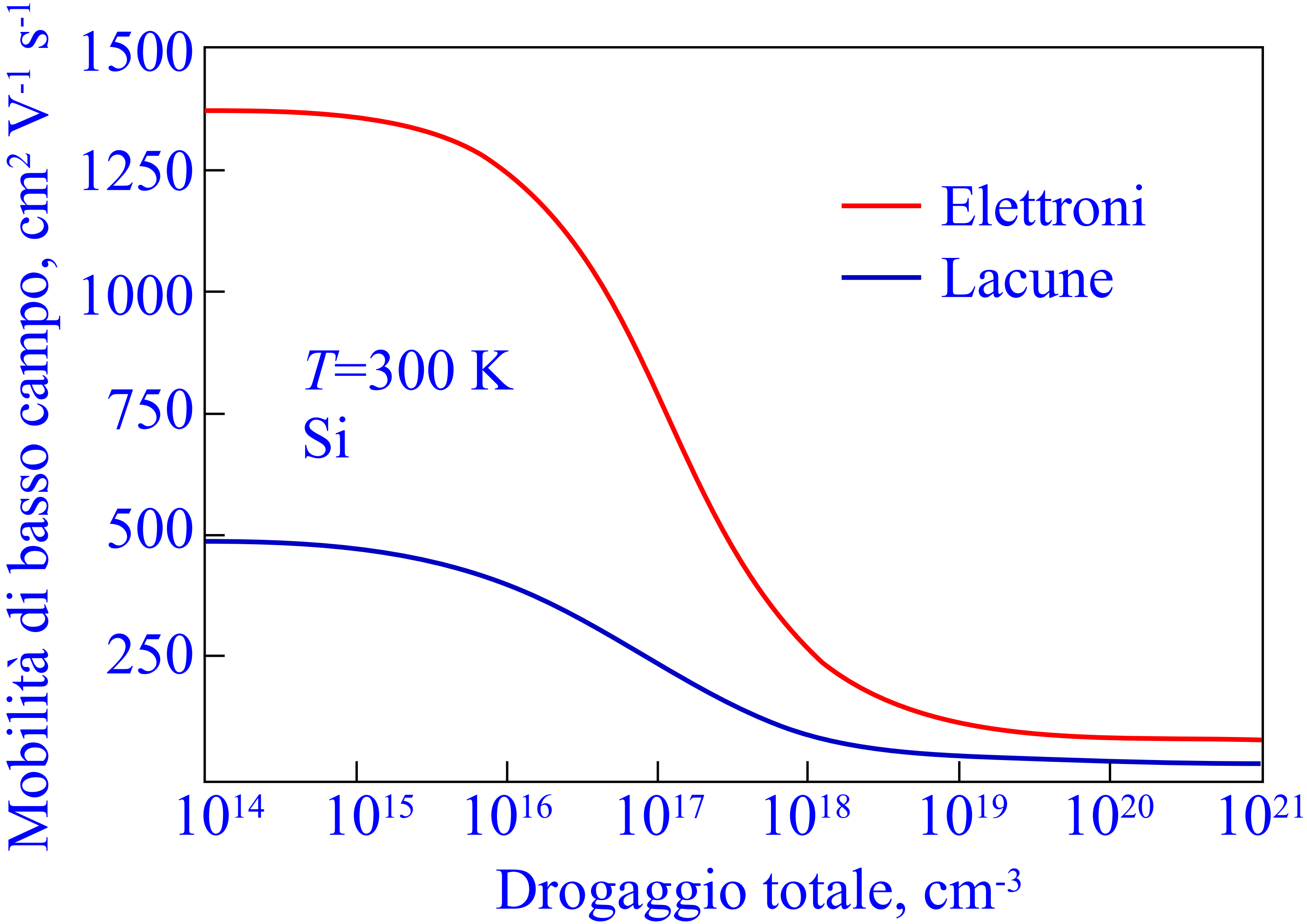
Trasporto di carica

- ***La mobilità μ non è costante, a causa degli urti casuali dei portatori liberi; in generale***
  - μ è costante per campi elettrici molto piccoli: il valore per $\mathcal{E} \to 0$ viene detto mobilità di basso campo μ_0
  - Per campi molto elevati, v tende ad una costante, la velocità di saturazione, tipicamente dell'ordine di 10^7 cm/s
  - La curva $v(\mathcal{E})$ può essere monotòna (Si, Ge) o presentare regioni a mobilità differenziale $\mu_{\mathrm{d}} = \mathrm{d}|v|/\mathrm{d}\mathcal{E}$ negativa (semiconduttori composti, solo per gli elettroni)

Curva velocità-campo

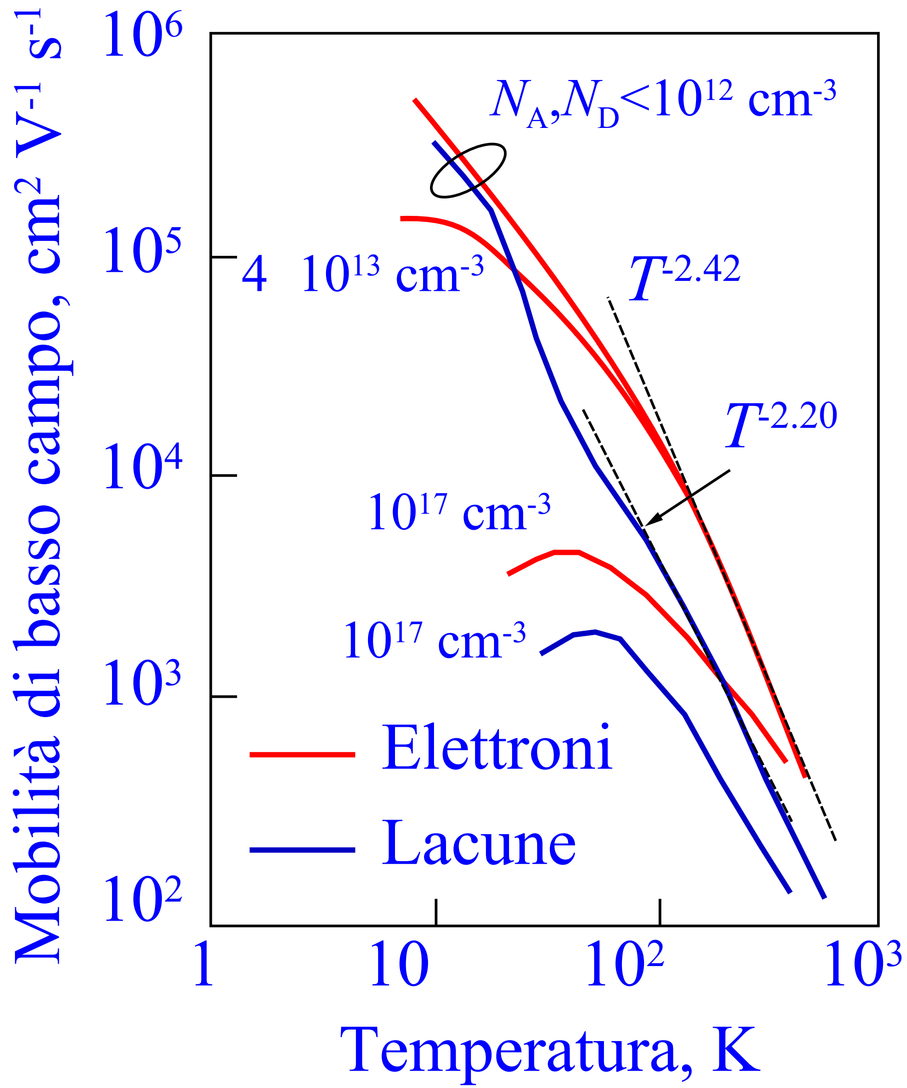


Curva mobilità-drogaggio



Curva mobilità-temperatura

- ***Al di sopra della temperatura ambiente (300 K), la mobilità di basso campo diminuisce al crescere di T***

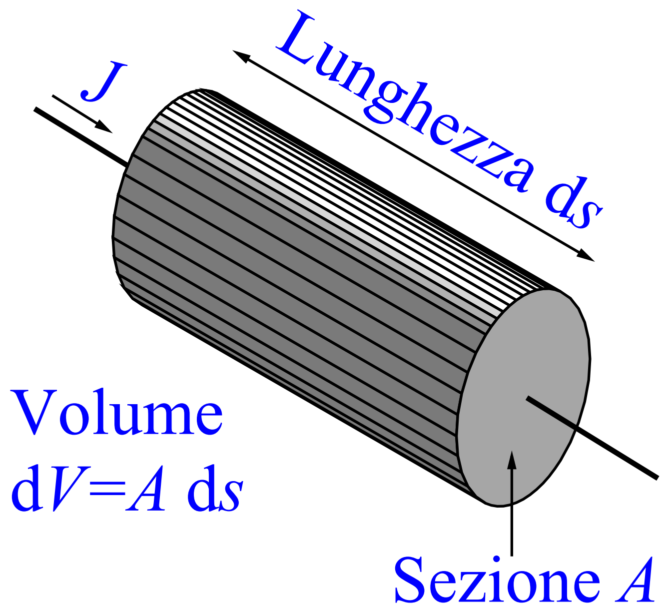


Legge di Ohm microscopica

- ***Consideriamo un campione drogato n, con $p \approx 0$***
- ***Se si applica un campo elettrico uniforme $\mathcal{E}$, si ha una corrente I:***

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V} A v_n$$

$$= -qnAv_n = qnA\mu_n\mathcal{E}$$



Legge di Ohm microscopica

- *La **densità di corrente** $J = I/A$ [A/cm^2] vale $J = \sigma\mathcal{E}$, dove σ è la **conducibilità elettrica** dovuta agli elettroni liberi di mobilità μ_n:*

$$\sigma = qn\mu_n$$

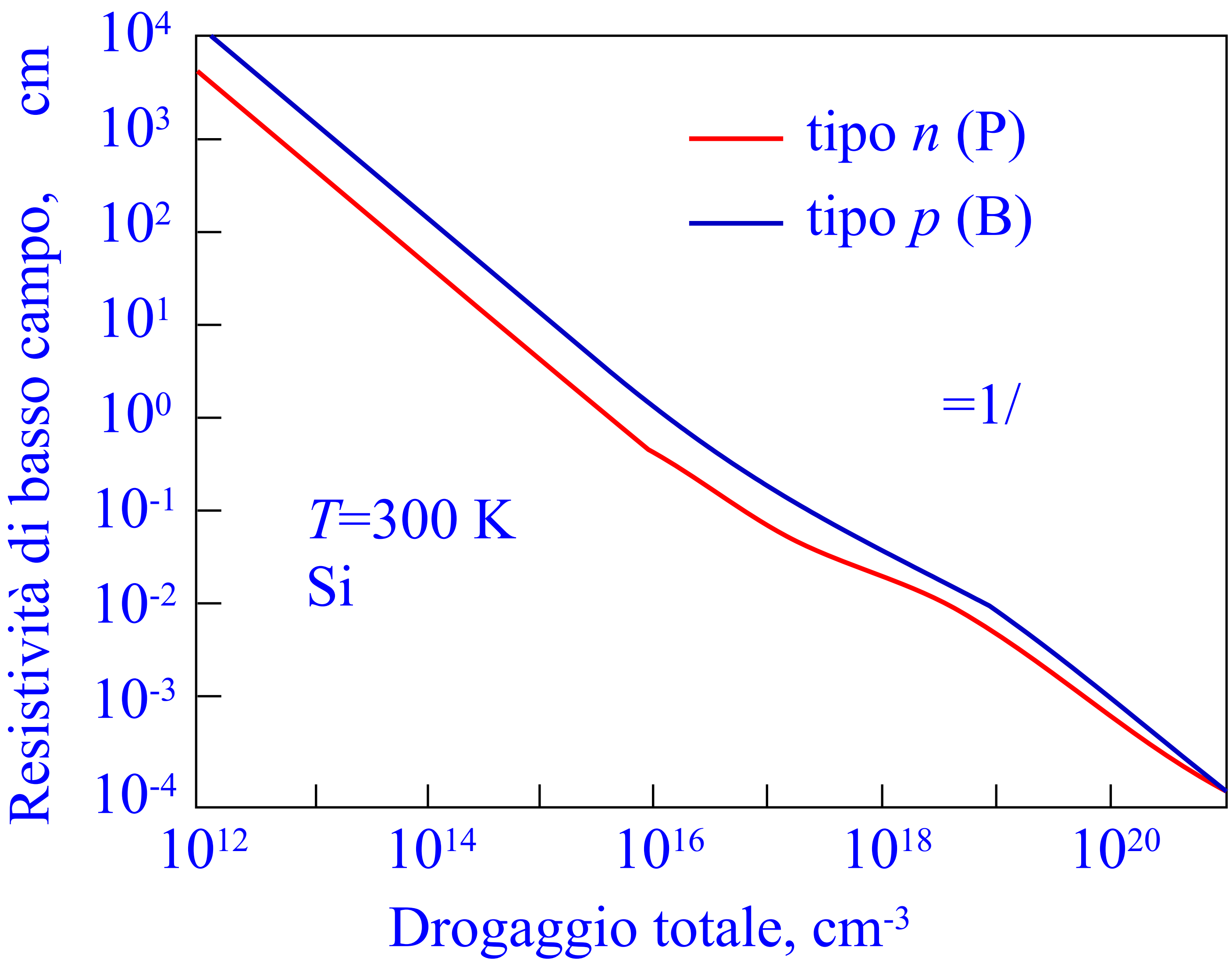
- *In un campione in cui vi siano anche p lacune per unità di volume di mobilità μ_p:*

$$J = J_{\rm el} + J_{\rm lac} = qn\mu_n\mathcal{E} + qp\mu_p\mathcal{E}$$

e quindi:

$$\sigma = qn\mu_n + qp\mu_p$$

Curva resistività-drogaggio



Semiconduttore fuori equilibrio

- ***La condizione di equilibrio termodinamico corrisponde all'assenza di qualunque scambio energetico con l'esterno***
- ***Qualunque dispositivo elettronico opera in regime di non equilibrio, dovendo dar luogo a trasformazioni di energia elettrica***
- ***Simbologia:***
  - se tipo n: n_n, p_n; se tipo p: n_p, p_p
  - in equilibrio termodinamico: $n_{n0}, p_{n0}, n_{p0}, p_{p0}$
  - concentrazione intrinseca: $n_\mathrm{i} = p_\mathrm{i}$

Semiconduttore fuori equilibrio

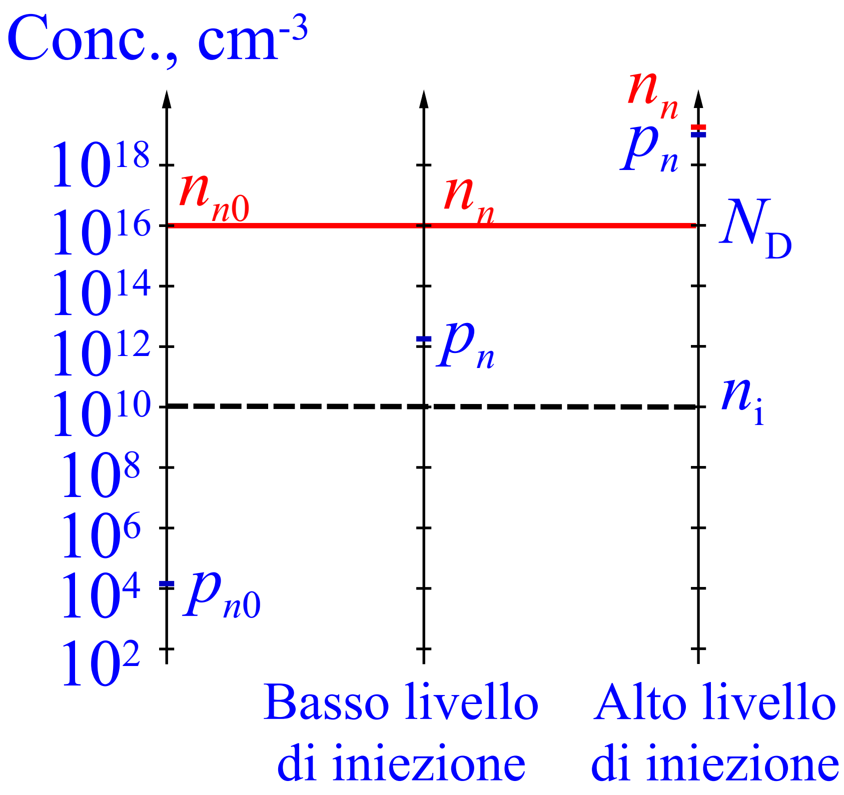
- *Fuori dall'equilibrio termodinamico, le concentrazioni differiscono dal valore di equilibrio*
- *Si definiscono le **concentrazioni in eccesso:***

$$\begin{cases} n'_n = n_n - n_{n0} \\ p'_n = p_n - p_{n0} \end{cases} \qquad \begin{cases} n'_p = n_p - n_{p0} \\ p'_p = p_p - p_{p0} \end{cases}$$

- *Se $n', p' > 0$ si ha il fenomeno della **iniezione,** se $n', p' < 0$ si ha il fenomeno dello **svuotamento***
- *L'ipotesi di **quasi neutralià** implica $n' \approx p'$*

Livello di iniezione

- ***Campione di Si drogato*** n ***con*** $N_\mathrm{D} = 10^{16}$ ***cm***$^{-3}$
- ***Basso livello di iniezione:*** ***corrisponde a*** $n'_n, p'_n \ll N_\mathrm{D}$***; solo i portatori minoritari "sentono" le variazioni di conc., mentre*** $n_n \approx N_\mathrm{D}$



- ***Alto livello di iniezione:*** ***corrisponde a*** $n'_n, p'_n \geq N_\mathrm{D}$***; entrambi i tipi di portatori "sentono" le variazioni di concentrazione***

Variazioni di concentrazione

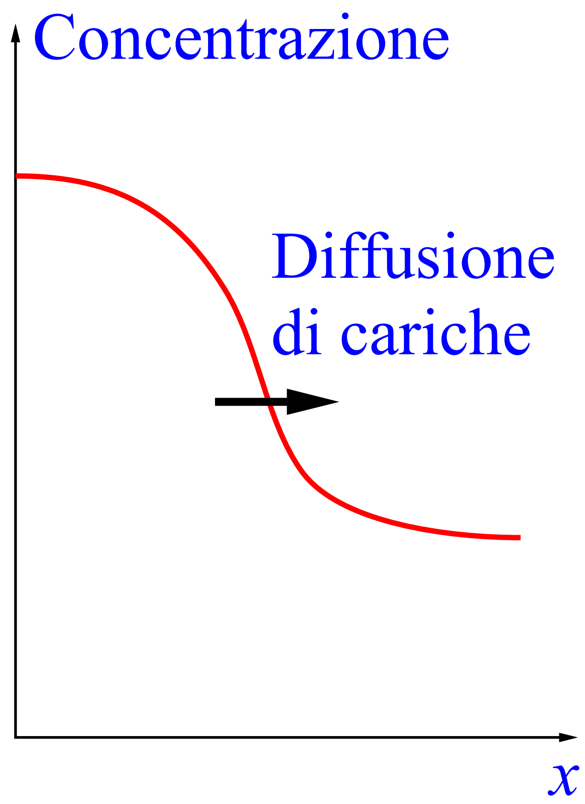
- ***Le concentrazioni di portatori sono, in generale, funzione della posizione e del tempo***

$$n = n(x,t), \quad p = p(x,t) \qquad \text{caso 1D}$$

- ***Le loro variazioni dipendono da:***
  - moto di cariche per diffusione: corrente di diffusione
  - moto di cariche per trascinamento (effetto di $\mathcal{E}$): corrente di trascinamento
  - corrente di spostamento dielettrico: solo in presenza di campi tempo-varianti a frequenze molto elevate
  - fenomeni di generazione e ricombinazione (GR)

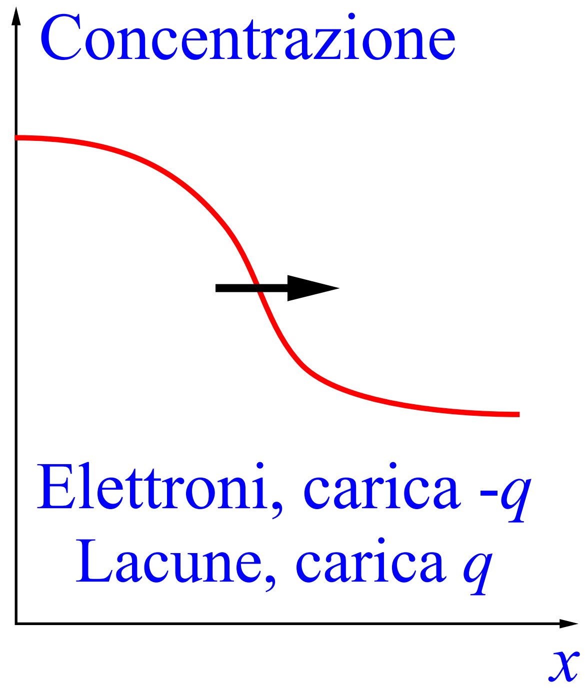
Corrente di diffusione

- ***Il fenomeno della diffusione corrisponde alla naturale tendenza dei gas di particelle a rendere uniforme nello spazio la loro concentrazione***
- ***L'intensità della diffusione è proporzionale al gradiente (derivata prima) della concentrazione, il moto va in direzione opposta***



Corrente di diffusione

- ***Poiché in un semiconduttore le particelle sono cariche, al loro moto per diffusione corrisponde una densità di corrente***



- ***Elettroni e lacune hanno carica opposta, quindi la diffusione origina correnti di verso opposto***

$$J_{n,\text{diff}} = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} \qquad J_{p,\text{diff}} = -qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

Coefficienti di diffusione

- D_n **e** D_p ***sono i coefficienti di diffusione o diffusività [cm^2/s] di elettroni e lacune***
- ***Vicino all'equilibrio termodinamico vale la relazione di Einstein***

$$D_n = V_T \mu_n, \qquad D_p = V_T \mu_p$$

dove $V_T = k_\mathrm{B} T / q$ ***è l'equivalente elettrico della temperatura***

$$V_T = 26 \text{ mV a 300 K}$$

Corrente di trascinamento

- ***La corrente di trascinamento o deriva corrisponde al moto di portatori per effetto di un campo elettrico $\mathcal{E}$***
- ***Si può usare la legge di Ohm microscopica***

$$J_{n,\text{tr}} = qn\mu_n\mathcal{E} \qquad J_{p,\text{tr}} = qp\mu_p\mathcal{E}$$

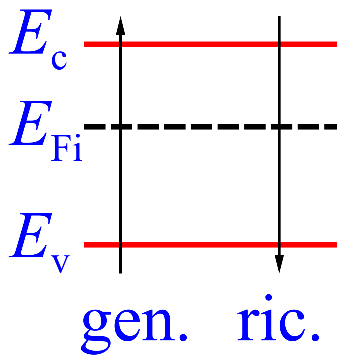
- ***Trascurando la corrente di spostamento dielettrico, la corrente totale vale***

$$J = \underbrace{J_{n,\text{diff}} + J_{n,\text{tr}}}_{J_n} + \underbrace{J_{p,\text{diff}} + J_{p,\text{tr}}}_{J_p}$$

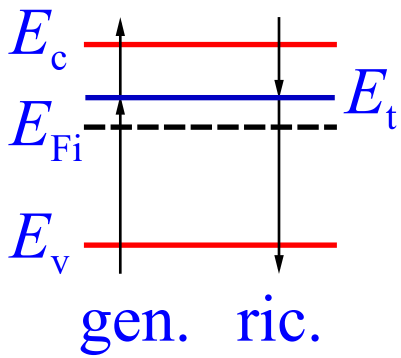
Generazione e ricombinazione

- ***Sono fenomeni che determinano eventi di creazione e distruzione di portatori liberi***

  - meccanismi diretti: transizioni banda-banda



  - meccanismi indiretti: transizioni assistite da centri di ricombinazione



Generazione e ricombinazione

- ***Per caratterizzare i fenomeni di GR si usano:***
  - il tasso o velocità di generazione G, ovvero il numero di portatori generati per unità di tempo e volume
  - il tasso o velocità di ricombinazione R, ovvero il numero di portatori ricombinati per unità di tempo e volume
- ***Si definisce il tasso netto di ricombinazione:***

$$U_n = R_n - G_n \qquad U_p = R_p - G_p$$

- ***In equilibrio termodinamico, deve essere***

$$U_n = U_p = 0$$

Generazione e ricombinazione

- ***Vi sono diverse espressioni per U, a seconda del meccanismo fisico che determina la GR***
- ***In prima approssimazione, si può assumere***

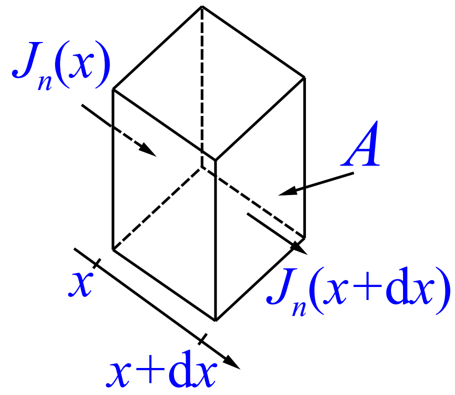
$$U_n \approx \frac{n - n_0}{\tau_n} = \frac{n'}{\tau_n} \qquad U_p \approx \frac{p - p_0}{\tau_p} = \frac{p'}{\tau_p}$$

dove τ_n e τ_p sono detti tempo di vita medio di elettroni e lacune

- ***Per questo motivo, si parla di approssimazione di tempo di vita medio***

Equazione di continuità

- ***Si può ricavare una equazione per l'evoluzione nello spazio e nel tempo delle concentrazioni di carica sulla base del principio di conservazione della carica***



- ***Consideriamo degli elettroni che attraversino un volume*** $\mathrm{d}V = A\mathrm{d}x$***. La variazione nel tempo del numero totale di elettroni nel volume vale:***

$$\frac{\partial n}{\partial t}\mathrm{d}V = \frac{\partial n}{\partial t}A\mathrm{d}x$$

Equazione di continuità

- ***Tale variazione è dovuta a 4 contributi:***

(a) gli elettroni che entrano nel volume per unità di tempo

(b) gli elettroni che escono dal volume per unità di tempo

(c) gli elettroni generati nel volume per unità di tempo

(d) gli elettroni ricombinati nel volume per unità di tempo

pertanto, essendo gli elettroni cariche negative:

$$\frac{\partial n}{\partial t} A \mathrm{d}x = \underbrace{\frac{J_n(x)}{-q} A}_{\text{(a)}} - \underbrace{\frac{J_n(x+\mathrm{d}x)}{-q} A}_{\text{(b)}} + \underbrace{G_n A \mathrm{d}x}_{\text{(c)}} - \underbrace{R_n A \mathrm{d}x}_{\text{(d)}}$$

Equazione di continuità

- ***Usando lo sviluppo***

$$J_n(x+\mathrm{d}x) \approx J_n(x) + \frac{\partial J_n}{\partial x}\,\mathrm{d}x$$

e facendo tendere $\mathrm{d}x$ ***a zero, si ottiene l'equazione di continuità per gli elettroni***

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - U_n$$

- ***Analogamente, si ottiene l'equazione di continuità per le lacune***

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - U_p$$

Equazione di continuità

- ***Nell'approsimazione di tempo di vita:***

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

- ***Per le densità di corrente, si usa il modello a deriva-diffusione (drift-diffusion):***

$$J_n = q\mu_n n\mathcal{E} + qD_n\frac{\partial n}{\partial x}$$

$$J_p = q\mu_p p\mathcal{E} - qD_p\frac{\partial p}{\partial x}$$

Equazione di Poisson

- ***Nelle equazioni di continuità compaiono, come incognite, n, p ed $\mathcal{E}$***
- ***Occorre una terza equazione per chiudere il modello, l'equazione di Poisson:***

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}, \qquad \mathcal{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

essendo ϵ la costante dielettrica del materiale [F/cm], mentre ρ [C cm^{-3}] è la densità di carica netta positiva:

$$\rho = q\left(p - n + N_{\mathrm{D}}^{+} - N_{\mathrm{A}}^{-}\right)$$

Modello matematico

- *Le due equazioni di continuità e l'equazione di Poisson costituiscono il **modello matematico dei semiconduttori** (caso 1D)*

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - U_n \qquad J_n = q\mu_n n\mathcal{E} + qD_n\frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - U_p \qquad J_p = q\mu_p p\mathcal{E} - qD_p\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \qquad \rho = q\left(p - n + N_{\mathrm{D}}^{+} - N_{\mathrm{A}}^{-}\right)$$

essendo $\mathcal{E} = -\partial\varphi/\partial x$

Modello matematico

- ***Una analisi semplificata dei dispositivi elettronici richiede di approssimare le equazioni del modello matematico allo scopo di arrivare ad una soluzione analitica***
  - la mobilità di elettroni e lacune è assunta costante e pari al valore di basso campo
  - la diffusività viene valutata sulla base della relazione di Einstein ($D = V_T \mu$)
  - i fenomeni di generazione e ricombinazione sono trattati nell'approssimazione di tempo di vita
  - la ionizzazione degli atomi droganti è completa

Modello matematico

- ***Le equazioni semplificate sono***

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial (n\mathcal{E})}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p \frac{\partial (p\mathcal{E})}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{q}{\epsilon}(p - n + N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A})$$

con $\mathcal{E} = -\partial\varphi/\partial x$

Regioni neutre

- *Una regione di semiconduttore si dice* ***quasi-neutra*** *se in essa si può assumere* $\rho = 0$
- *In molti casi pratici, alla quasi-neutralità si associa anche* $\mathcal{E} = 0$, *e quindi* $J_{\text{tr}} = 0$
- *In questo caso, il modello matematico diviene*

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

Regioni neutre

- ***Si noti che un campione omogeneo in equilibrio termodinamico è sempre neutro, per cui***

$$p_0 - n_0 = N_\mathrm{A} - N_\mathrm{D}$$

- ***Fuori equilibrio l'ipotesi di quasi-neutralità corrisponde alla condizione***

$$\rho = p_0 + p' - n_0 - n' + N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A} = 0$$

e quindi

$$n' = p'$$

Regime stazionario

- ***Il regime stazionario corrisponde ad una soluzione del modello matematico costante nel tempo*** $(\partial/\partial t \to 0)$

$$0 = \mu_n \frac{\mathrm{d}(n\mathcal{E})}{\mathrm{d}x} + D_n \frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$0 = -\mu_p \frac{\mathrm{d}(p\mathcal{E})}{\mathrm{d}x} + D_p \frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{q}{\epsilon}(p - n + N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A})$$